Code No: 50916/B/R19

FACULTY OF SCIENCE

B.Sc. III-Year (VI Semester) Regular & Backlog Examinations, June-2023

Mathematics-VI (B)

(Integral Transforms)

Time: 3 Hours Max Marks: 80

SECTION-A **(4x5=20 marks)**

Answer any Four questions from the following

ఈక్రింది ఏవేని నాలుగు ప్రశ్నలకు సమాధానములు వ్రాయుము

1. State and prove First Shifting theorem for Laplace transforms.

   లాప్లాస్ పరివర్తనలలో మొదటి పరివర్తన (Shifting) సిద్ధాంతమును ప్రవచించి మరియు నిరూపించండి.

2. Find $L^{-1}\left\{\dfrac{3p+2}{4p^2+12p+9}\right\}$.

   $L^{-1}\left\{\dfrac{3p+2}{4p^2+12p+9}\right\}$ ను గణించండి.

3. Solve $\left(D^2-2D+2\right)y=0,\ y=Dy=1$ when $t=0$.

   $\left(D^2-2D+2\right)y=0,\ t=0$ అయినపుడు $y=Dy=1$ ను సాధించండి.

4. Find the Fourier Sine and Cosine transforms of $f(x)=\begin{cases}1 , & 0\le x\le 1\\ 0 , & x\ge 1\end{cases}$.

   $f(x)=\begin{cases}1 , & 0\le x\le 1\\ 0 , & x\ge 1\end{cases}$ నకు ఫోరియర్ సైన్ మరియు కోసైన్ పరివర్తనలను కనుగొనండి.

5. Find $L\{e^{-2t}(3\cos 6t-5\sin 6t)\}$.

   $L\{e^{-2t}(3\cos 6t-5\sin 6t)\}$ ని గణించండి.

6. State and Prove Modulation theorem.

   మాడ్యులేషన్ సిద్ధాంతమును ప్రవచించి నిరూపించండి.

SECTION-B **(4x15=60 marks)**

Answer all the questions from the following

ఈక్రింది అన్ని ప్రశ్నలకు సమాధానములు వ్రాయుము

7. (a) (i) If $L\{F(t)\} = f(p)$ then show that $L\{t\,F(t)\} = -f^1(p)$.

   $L\{F(t)\} = f(p)$ అయితే $L\{t\,F(t)\} = -f^1(p)$ అనిచూపండి.

   (ii) Show that $\int_o^{\infty} t\,e^{-2t}\cos t\,dt=\dfrac{3}{25}$.

   $\int_o^{\infty} t\,e^{-2t}\cos t\,dt=\dfrac{3}{25}$ అనిచూపండి.

Contd......2

(OR) / లేదా

(b) Define Laplace transform of a function Find $L\{\sin\sqrt{t}\}$ and using this show that $L\left\{\frac{\cos\sqrt{t}}{\sqrt{t}}\right\} = \frac{\sqrt{\pi}}{p}\ e^{-\frac{1}{4p}}$.

ఒక ప్రమేయము యొక్క లాప్లాస్ పరివర్తనను నిర్వచించండి $L\{\sin\sqrt{t}\}$ ను కనుగొనండి మరియు దీనిని ఉపయోగించి $L\left\{\frac{\cos\sqrt{t}}{\sqrt{t}}\right\} = \frac{\sqrt{\pi}}{p}\ e^{-\frac{1}{4p}}$ అనిచూపండి.

8. (a) State and prove convolution theorem for inverse Laplace transforms.

విలోమ లాప్లాస్ పరివర్తనలపై కనవల్యుషన్ సిద్ధాంతమును ప్రవచించి మరియు నిరూపించండి.

(OR) / లేదా

(b) (i) Show that $L^{-1}\left\{\frac{p}{(p^2-2p+2)(p^2+2p+2)}\right\} = \frac{1}{2}\ Sin t\ \ Sin ht$.

$L^{-1}\left\{\frac{p}{(p^2-2p+2)(p^2+2p+2)}\right\} = \frac{1}{2}\ Sin t\ \ Sin ht$ అనిచూపండి.

(ii) Find $L^{-1}\left\{\log\frac{p+3}{p+2}\right\}$

$L^{-1}\left\{\log\frac{p+3}{p+2}\right\}$ ను గణించండి.

9. (a) Solve $(D^2+9)\ y = \cos 2t \quad if\ y(0)=1,\quad y(\pi/2) = -1$.

$y(0)=1\ y(\pi/2) = -1$ అయితే $(D^2+9)\ y = \cos 2t$ ని సాధించండి.

(OR) / లేదా

(b) Solve $\frac{\partial y}{\partial t} = 2\frac{\partial^2 y}{\partial x^2}$ where $y(0,t) = 0 = y(5,t)$ and $y(x,0) = 10\ \sin 4\pi x$.

$\frac{\partial y}{\partial t} = 2\frac{\partial^2 y}{\partial x^2}$ ను సాధించండి ఇక్కడ $y(0,t) = 0 = y(5,t)$ మరియు $y(x,0) = 10\ \sin 4\pi x$.

10. (a) Find the Fourier transform of $F(x) = \begin{cases} 1-x^2, & |x| \le 1 \\ 0, & |x| \ge 1 \end{cases}$ and hence evaluate $\int_0^\infty \frac{x\cos x - \sin x}{x^3}\ \cos\frac{x}{2}\ dx$.

$F(x) = \begin{cases} 1-x^2, & |x| \le 1 \\ 0, & |x| \ge 1 \end{cases}$ నకు ఫోరియర్ పరివర్తనను కనుగొనండి మరియు తద్వారా $\int_0^\infty \frac{x\cos x - \sin x}{x^3}\ \cos\frac{x}{2}\ dx$ ను గణించండి.

Contd......3

(OR) / లేదా

(b) (i) Find Fourier sine transform of $\frac{e^{-ax}}{x}$.

$\frac{e^{-ax}}{x}$ నకు ఫోరియర్ సైన్ పరివర్తనను కనుగొనండి.

(ii) State and prove Parseval's Indentity for Fourier transform.

ఫోరియర్ పరివర్తనలపై పార్శ్వవల్స్ అసమానతను ప్రవచించి మరియు నిరూపించండి.